

CHAPTER	Ratio and Proportion Indices and Logarithm अनुपात तथा समानुपात सूचकांक लॉग
1	

[1] (ब) माना संख्याएँ $2x$ और $3x$ हैं
इस प्रकार $(3x)^2 - (2x)^2 = 320$
 $9x^2 - 4x^2 = 320$
 $5x^2 = 320$
 $x^2 = 64$
 $x = 8$

इसलिये संख्याएँ =
 $2x = 2 \times 8 = 16$
 $3x = 3 \times 8 = 24$

[2] (द) प्रश्नानुसार –

$$\frac{p-x^2}{q-x^2} = \frac{p^2}{q^2}$$

$$q^2(p-x^2) = p^2(q-x^2)$$

$$pq^2 - x^2q^2 = p^2q - p^2x^2$$

$$x^2(p^2 - q^2) = pq(p - q)$$

$$x^2 = \frac{pq(p-q)}{p^2 - q^2}$$

$$x^2 = \frac{pq}{p+q}$$

[3] (अ) माना धातु में ताँबे और जस्ते का भाग $9x$ और $4x$ है

$\therefore 9x = 24$
 $x = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ kg.

\therefore जस्ते का भाग = $4x = 4 \times \frac{8}{3} = 10\frac{2}{3}$ kg.

[4] (स) $7 \log \left(\frac{16}{15} \right) + 5 \log \left(\frac{25}{24} \right) + 3 \log \left(\frac{81}{80} \right)$

$$= 7 (\log 16 - \log 15) + 5 (\log 25 - \log 24) + 3 (\log 81 - \log 80)$$

$$= 7 [4 \log 2 - (\log 3 - \log 5)] + 5 [2 \log 5 - (3 \log 2 + \log 3)]$$

$$+ 3 [4 \log 3 - (4 \log 2 + \log 5)]$$

$$= 28 \log 2 - 7 \log 3 - 7 \log 5 + 10 \log 5 - 15 \log 2 - 5 \log 3 + 12 \log 3 -$$

$$12 \log 2 - 3 \log 5 = \log 2$$

- [5] (स) माना वे संख्याएँ $7x$ तथा $8x$ हैं
इस प्रकार

$$\frac{7x+3}{8x+3} = \frac{8}{9}$$

$$9(7x+3) = 8(8x+3)$$

$$63x+27 = 64x+24$$

$$x = 3$$

$$\therefore \text{वे संख्याएँ } \begin{array}{l} 7 \times 3 = 21 \\ 8 \times 3 = 24 \end{array}$$

- [6] (अ) माना एक रुपये के x सिक्के हैं
तब 50 पैसे के $4x$ सिक्के हैं
तथा 25 पैसे के $2x$ सिक्के हैं
इस प्रकार =

$$x + \frac{4x}{2} + \frac{2x}{4} = 56$$

$$4x + 8x + 2x = 56 \times 4$$

$$14x = 224$$

$$x = 16$$

$$50 \text{ पैसे के सिक्कों की संख्या} = 16 \times 4 = 64$$

- [7] (ब) $(a^{1/8} + a^{-1/8})(a^{1/8} - a^{-1/8})(a^{1/4} + a^{-1/4})(a^{1/2} + a^{-1/2})$
 $\Rightarrow (a^{1/4} - a^{-1/4})(a^{1/4} + a^{-1/4})(a^{1/2} + a^{-1/2})$
 $\Rightarrow (a^{1/2} - a^{-1/2})(a^{1/2} + a^{-1/2})$
 $\Rightarrow a - a^{-1}$
 $\Rightarrow a - \frac{1}{a} \Rightarrow a - \frac{1}{a}$

- [8] (अ) $a \log_a^b \cdot \log_b^c \cdot \log_c^d \cdot \log_d^t$

$$a \cdot \frac{\log b}{\log a} \cdot \frac{\log c}{\log b} \cdot \frac{\log d}{\log c} \cdot \frac{\log t}{\log d} = \left[\because \log_a^b = \frac{\log b}{\log a} \right]$$

$$= a \frac{\log t}{\log a}$$

$$= a \log_a^t$$

$$= t \quad \left[\because a \log_a^m = m \right]$$

[9] (ब) $\log_{1000}x = \frac{-1}{4}$
 $x = (10000)^{\frac{1}{4}} \left[\because \log_a^b = x = b = a^x \right]$
 $\therefore x = \frac{1}{(10000)^{\frac{1}{4}}}$
 $x = \frac{1}{10}$

[10] (स) कुल आदमियों की संख्या = 8
 उस समय प्रत्येक व्यक्ति का अंश = $\frac{1}{8}$ (कुल लागत)
 जब कुल आदमियों की संख्या 7 हो
 तो उस समय प्रत्येक व्यक्ति का अंश = $\frac{1}{7}$ (कुल लागत का)
 \therefore प्रत्येक व्यक्ति के अंश बढ़ने पर $\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{56}$
 $\frac{1}{8}$ का $\frac{1}{7}$ अर्थात् प्रत्येक अंश का $\frac{1}{7}$ भाग है।

[11] (अ) माना सिक्कों की संख्या = $3x, 4x, 5x$
 तब
 $3x + \frac{4x}{2} + \frac{5x}{10} = 187$
 $30x + 20x + 5x = 187 \times 10$
 $55x = 1870$
 $x = \frac{1870}{55} = 34$

सिक्कों की संख्या
 1 रुपये = $3x = 3 \times 34 = 102$
 50 पैसे = $4x = 4 \times 34 = 136$
 10 पैसे = $5x = 5 \times 34 = 170$

[12] (ब) $\frac{x^{m+3n} \cdot x^{4m-9n}}{x^{6m-6n}} = \frac{x^{m+3n+4m-9n}}{x^{6m-6n}}$
 $\left[\because \frac{x^a \cdot x^b}{x^{a+b}} \right]$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^{5m-6n}}{x^{6m-6n}} \\
 &= x^{5m-6n-6m+6n} \left[\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \right] \\
 &= x^{-m}
 \end{aligned}$$

[13] (अ) $\log(2a - 3b) = \log a - \log b$

$$\log(2a - 3b) = \log\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$2a - 3b = \frac{a}{b}$$

$$2ab - 3b^2 = a$$

$$3b^2 = a(2b - 1)$$

$$a = \frac{3b^2}{2b - 1}$$

[14] (स)
$$\frac{1}{1+z^{a-b}+z^{a-c}} + \frac{1}{1+z^{b-c}+z^{b-a}} + \frac{1}{1+z^{c-a}+z^{c-b}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{1+\frac{z^{-b}}{z^{-a}}+\frac{z^{-c}}{z^{-a}}} + \frac{1}{1+\frac{z^{-c}}{z^{-b}}+\frac{z^{-a}}{z^{-b}}} + \frac{1}{1+\frac{z^{-a}}{z^{-b}}+\frac{z^{-b}}{z^{-c}}} \\
 &= \frac{z^{-a}}{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}} + \frac{z^{-b}}{z^{-b}+z^{-c}+z^{-a}} + \frac{z^{-c}}{z^{-c}+z^{-a}+z^{-b}} \\
 &= \frac{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}}{z^{-a}+z^{-b}+z^{-c}} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

[15] (द) माना अ और ब की आय का अनुपात $4x$ तथा $7x$ है

नयी अ की आय = $4x \times 150\% = 6x$

नयी ब की आय = $7x \times 75\% = 5.25x$

$$\therefore \frac{6x}{5.25x} = \frac{8}{7}$$

$\therefore x$ का कोई मान नहीं मिलेगा

\therefore आकड़े अपर्याप्त है।

[16] (ब) क्योंकि $\frac{P}{Q} = \frac{11}{12}$ और $\frac{P}{R} = \frac{9}{8}$

$$\frac{P}{Q} = \frac{11 \times 9}{12 \times 9} = \frac{99}{108}, \frac{P}{R} = \frac{9 \times 11}{8 \times 11} = \frac{99}{88}$$

$$\therefore \frac{Q}{R} = \frac{108}{88} = \frac{27}{22} = 27:22$$

[17] (स) $\frac{1}{\log_{ab}^{(abc)}} + \frac{1}{\log_{bc}^{(abc)}} + \frac{1}{\log_{ca}^{(abc)}}$

$$= \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(ab)}} + \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(bc)}} + \frac{1}{\frac{\log(abc)}{\log(ca)}}$$

$$\left[\because \log_a b = \frac{\log b}{\log a} \right]$$

$$= \frac{\log(ab)}{\log(abc)} + \frac{\log(bc)}{\log(abc)} + \frac{\log(ca)}{\log(abc)}$$

$$= \frac{\log(ab \times bc \times ca)}{\log abc}$$

$$= \frac{\log a^2 b^2 c^2}{\log(abc)}$$

$$= \frac{\log(abc)^2}{\log abc} = \frac{2 \log(abc)}{\log(abc)} = 2$$

[18] (स) 2^{64}

$$\Rightarrow 64 \log^2$$

$$\Rightarrow 64 \times 0.30103$$

$$\Rightarrow 19.26592$$

अंकों की संख्या = 20

[19] (अ) A, B, C के अंशों का अनुपात = $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$

$$= \frac{15:12:10}{60}$$

$$= 15:12:10$$

$$\text{इस प्रकार A का भाग} = 407 \times \frac{15}{37} = 165$$

$$\text{B का भाग} = 407 \times \frac{12}{37} = 132$$

$$\text{C का भाग} = 407 \times \frac{10}{37} = 110$$

[20] (अ) माना A और B की आय $3n$ और $2n$ और खर्चों को $5y$ और $3y$ मानते हैं।

इस प्रकार,

$$3x - 5y = 1,500 \quad \dots \quad \dots (1)$$

$$2x - 3y = 1,500 \quad \dots \quad \dots (2)$$

समी0 (1) तथा (2) से -

हम पाते हैं $x = 3,000$, $y = 1,500$

इस प्रकार B की आय = $2x = 2 \times 3,000 = 6,000$

[21] (द) $4^x = 5^y = 20^z = k$

$$\therefore 4 = k^{1/x}$$

$$5 = k^{1/y}$$

$$20 = k^{1/z}$$

$$\therefore 20 = 4 \times 5$$

$$\Rightarrow k^{1/z} = k^{1/x} \times k^{1/y}$$

$$\Rightarrow k^{1/x+1/y} = k^{1/z} \quad [\because x^m \times x^n = x^{m+n}]$$

$$\Rightarrow k^{x+y/xy} = k^{1/z}$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{z} \quad [\because x^m = x^n, \therefore m=n]$$

$$\Rightarrow z = \frac{xy}{x+y}$$

$$[22] (अ) \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot \left(\frac{9}{3\sqrt{3}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 9$$

$$= \left(\frac{1}{3^2}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{3^2}{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$= \left(3^{2 \cdot -2}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{3^2}{3^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2$$

$$\begin{aligned}
&= \left(3^{\frac{-3}{2}}\right)^{\frac{5}{2}} \left(3^{\frac{2-3}{2}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2 \\
&= 3^{\frac{-15}{4}} \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{2}} \times 3^2 \\
&= 3^{\frac{-15}{4}} \times 3^{\frac{7}{4}} \times 3^2 \\
&= 3^{\frac{-15}{4} + \frac{7}{4} + 2} \\
&= 3^{-2+2} = 3^0 = 1
\end{aligned}$$

[23] (अ)
$$\begin{aligned}
&= \frac{\log_3 8}{\log_9 16 \cdot \log_4 10} \\
&= \log_3 8 \cdot \log_{16} 9 \cdot \log_{10} 4 \\
&= \log_3 2^3 \cdot \log_{2^4} 3^2 \cdot \log_{10} 2^3 \\
&= 3 \log_3 2 \cdot \frac{2}{4} \log \frac{3}{2} \cdot 2 \log_{10} 2 \\
&= \frac{3 \log 2}{\log 3} \cdot \frac{\log 3}{2 \log 2} \cdot \frac{2 \log 2}{\log 10} \\
&= \frac{3 \log 2}{\log 10} = 3 \log_{10} 2
\end{aligned}$$

[24] (द) ग्लिसरीन की मात्रा = $40 \times \frac{3}{4} = 30$ लीटर

पानी की मात्रा = $40 \times \frac{1}{4} = 10$ लीटर

माना, पानी की x लीटर मात्रा मिश्रण में मिलायी जाती है

तब, मिश्रण की कुल मात्रा = $(40 + x)$ लीटर

मिश्रण में पानी की कुल मात्रा = $(10 + x)$ लीटर

अतः

$$\frac{30}{10+x} = \frac{2}{1}$$

$$= 30 = 20 + 2x$$

$$= 2x = 10$$

$$= x = 5 \text{ लीटर}$$

इसलिए, मिश्रण में 5 लीटर पानी मिलाना चाहिये।

[25] (द) माना, तृतीयानुपाती x है
तब,

$$\frac{a^2 - b^2}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2}{x}$$

$$x = (a+b)^2 \frac{(a+b)^2}{a^2 - b^2}$$

$$x = \frac{(a+b)^3}{(a-b)}$$

[26] (स) $2^x - 2^{x-1} = 4$

$$2^x - \frac{2^x}{2} = 4$$

$$2^x \left[1 - \frac{1}{2} \right] = 4$$

$$2^x \left[\frac{1}{2} \right] = 4$$

$$2^x = 8$$

$$2^x = 2^3$$

$$\text{अतः } x = 3$$

$$x^x = 3^3 = 27$$

[27] (अ) $x = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$

$$\frac{1}{x} = \frac{e^n + e^{-n}}{e^n - e^{-n}}$$

तंत्रात्मक और विभाजक गमन लगाने पर –

$$\frac{1+x}{1-x} = \frac{e^n + e^{-n} + e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n} - e^n + e^{-n}}$$

$$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x} = \frac{2+e^n}{2e^{-n}}$$

$$\Rightarrow \frac{1+x}{1-x} = e^{2n} \frac{1+x}{1-x} = 2n$$

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = 2n, \quad n = \frac{1}{2} \log e \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

[28] (ब) $\log 114 = \log (16 \times 9)$
 $= \log 16 + \log 9$
 $= \log 2^4 + \log 3^2$
 $= 4 \log 2 + 2 \log 3.$

[29] (ब) माना x मात्रा की चाय रुपये 10 प्रति kg. और y मात्रा की चाय रुपये 14 प्रति kg मिलाया गया –

$$\therefore \text{मिश्रण का कुल मूल्य} = 10x + 4y$$

$$\text{मिश्रण की कुल मात्रा} = x + y$$

$$\therefore \text{मिश्रण का औसत मूल्य} = \frac{10x + 4y}{x + y} = 11$$

$$10x + 14y = 11x + 11y$$

$$3y = x$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

या $x : y = 3 : 1$ जो कि मांगा गया अनुपात है

[30] (अ) माना मनुष्यों की वर्तमान आयु $5x$ & $7x$
 18 वर्ष पहले उनकी आयु $= 5x - 18$, और $7x - 18$
 प्रश्नानुसार –

$$\frac{5x - 18}{7x - 18} = \frac{8}{13}$$

$$65x - 234 = 56x - 144$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

उनकी वर्तमान आयु $5x = 5 \times 10 = 50$ वर्ष
 $7x = 7 \times 10 = 70$ वर्ष

[31] (ब) $z = x^c$
 $z = (y^a)^c$ $[\because y^a = x]$
 $z = y^{ac}$

$$z = (Z^b)^{ac} \quad [∵ z^b = y]$$

$$∴ z = z^{abc}$$

$$∴ abc = 1$$

$$[∵ x^m = x^n \text{ तब } m = n]$$

$$[32] \text{ (स)} \log_2 [\log_3 (\log_2 x)] = 1$$

$$\log_3 (\log_2 x) = 2^1 \quad [e^x \text{ के रूप में बदलने पर}]$$

$$\log_2 x = 3^2 \quad [e^x \text{ के रूप में बदलने पर}]$$

$$\log_2 x = 9$$

$$x = 2^9 \quad [e^x \text{ के रूप में बदलने पर}]$$

$$x = 512$$

$$[33] \text{ (ब)} \log \left(\frac{a+b}{4} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$$

$$\log \left(\frac{a+b}{4} \right) = \log (ab)^{1/2}$$

$$[∵ \log a^m = \log a^m + \log a^n \text{ and } n \log a^m = \log a^{mn}]$$

दोनों तरफ का एन्टीलाग लेने पर

$$\frac{a+b}{4} = \sqrt{ab}$$

$$a+b = 4\sqrt{ab}$$

दोनों तरफ का वर्ग करने पर

$$(a+b)^2 = (4\sqrt{ab})^2$$

$$a^2+b^2+2ab = 16ab$$

$$a^2+b^2 = 14ab$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 14$$

[34] (अ) उनकी पूँजियों का निवेश

A: ₹ 1,26,000, B: ₹ 84,000, C: ₹ 2,10,000

उनके निवेश का अनुपात्

$$126:84:210 = 3:2:5$$

वर्ष के अन्त में लाभ = ₹ 2,42,000 दिया है

$$A \text{ का अंश} = \frac{3}{10} \times 2,42,000 = ₹ 72,600$$

$$B \text{ का अंश} = \frac{2}{10} \times 2,42,000 = ₹ 48,400$$

$$C \text{ का अंश} = \frac{5}{10} \times 2,42,000 = ₹ 1,21,000$$

[35] (स) $\frac{p}{q} = -\frac{2}{3}$ इसलिये, $p = \frac{-2q}{3}$ (1)

अब $\frac{2p+q}{2p-q}$

समीकरण (i) की सहायता से p का मान रखने पर

$$= \frac{2\left(\frac{-2q}{3}\right) + q}{2\left(\frac{-2q}{3}\right) - q}$$

$$= \frac{\frac{-4q}{3} + q}{\frac{-4q}{3} - q}$$

$$= \frac{-4q + 3q}{-4q - 3q}$$

$$= \frac{-4q + 3q}{-7q}$$

$$= \frac{-q}{-7q}$$

$$= \frac{1}{7}$$

[36] (स) माना x, 2x, (x + 1) का चौथा समानुपातिका 't' है।

$$\frac{x}{2x} = \frac{x+1}{t}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x+1}{t}$$

$$t = 2x + 2$$

∴ x, 2x, (x + 1) का चौथा समानुपातिका (2x + 2) है।

जैसे x : 2x :: (x + 1) : (2x + 2)

[37] (द) $x = 3^{1/3} + 3^{-1/3}$ (1)

दोनों तरफ घन करने पर

$$x^3 = (3^{1/3} + 3^{-1/3})^3$$

$$x^3 = 3 + 3^{-1} + 3 \times 3^{1/3} \frac{x^1}{3^{1/3}} (3^{1/3} + 3^{-1/3})$$

$$x^3 = 3 + 1/3 + 3 (3^{1/3} + 3^{-1/3})$$

$$x^3 = 3 + 1/3 + 3x \text{ [(1) के प्रयोग से]}$$

$$x^3 - 3x = \frac{9+1}{3}$$

$$3(x^3 - 3x) = 10$$

$$\therefore 3x^3 - 9x = 10$$

[38] (ब) $[1 - \{1 - (1 - x^2)^{-1}\}^{-1}]^{-1/2}$

$$= \left[1 - \left\{ 1 - \frac{1}{1-x^2} \right\}^{-1} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[1 - \left\{ \frac{1-x^2-1}{1-x^2} \right\}^{-1} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[1 - \left\{ \frac{-x^2}{1-x^2} \right\}^{-1} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[1 - \left\{ - \left(\frac{1-x^2}{x^2} \right) \right\} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[1 + \frac{1-x^2}{x^2} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[\frac{x^2+1-x^2}{x^2} \right]^{-1/2}$$

$$= \left[\frac{1}{x^2} \right]^{-1/2}$$

$$= (x^2)^{1/2}$$

$$= x$$

[39] (अ) $\log(m+n) = \log m + \log n$
 $\log(m+n) = \log(mn)$ [$\because \log ab = \log a + \log b$]
दोनों तरफ एन्टी लॉग लेने पर
 $\text{Anti log} [\log(m+n)] = \text{Anti log} [\log(mn)]$
 $\therefore m+n = mn$
 $mn - m = n$
 $m(n-1) = n$
 $m = \frac{n}{n-1}$

[40] (अ) $\log_4(x^2+x) - \log_4(x+1) = 2$
 $\log_4\left(\frac{x^2+x}{x+1}\right) = 2$ [$\because \log_a m - \log_a n = \log_a\left(\frac{m}{n}\right)$]
 $4^2 = \frac{x^2+x}{x+1}$
 $16 = \frac{x^2+x}{x+1}$
 $16x + 16 = x^2 + x$
 $x^2 - 15x - 16 = 0$
 $x^2 - 16x + x - 16 = 0$
 $x(x-16) + 1(x-16) = 0$
 $(x+1)(x-16) = 0$
 $x = -1$ or $x = 16$
 $x = -1$ सम्भव नहीं है इसलिए $x = 16$ है।

[41] (ब) $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^{n+1} - 2^n} = \frac{2^n\left(1 + \frac{1}{2}\right)}{2^n(1-1)} = \frac{3}{\frac{2}{1}} \Rightarrow 3/2$

[42] (अ) $2^x \times 3^y \times 5^z = 360$
360 का गुणनखण्ड करने पर
 $2^3 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$
अतः $x = 3$, $y = 2$ और $z = 1$

[43] (स) $[\log_{10} \sqrt{25} - \log_{10}(2^3) + \log_{10}(4)^2]^x$

$$\begin{aligned}
& [\log_{10} 5 - 3 \log_{10} 2 + \log_{10} (2^4)]^x \\
& [\log_{10} 5 - 3 \log_{10} 2 + 4 \log_{10} 2]^x \\
& [\log_{10} 5 + \log_{10} 2]^x \\
& [\log_{10} (5 \times 2)]^x [\because \log (m \times n) = \log m + \log n] \\
& [\log_{10} 10]^x \\
& 1^x [\because \log_a a = 1] \\
& = 1
\end{aligned}$$

[44] (स) उत्तर 26 देखें।

[45] (द) $\log_a b + \log_a c + = 0$

$$\log_a bc = 0$$

$$a^0 = bc$$

$$bc = 1$$

$$\text{अतः } b = 1/c$$

इसलिये, b तथा c एक दूसरे के व्युत्क्रम हैं।

[46] (स) मान लेते हैं 'x' एक संख्या है

$$\frac{49+x}{68+x} = \frac{3}{4}$$

$$196 + 4x = 204 + 3x$$

$$x = 8$$

[47] (द) मान लेते हैं $5x : 7x$ अनुपात है दिया गया है, 10 छात्रों के जाने पर, अनुपात 4 : 6 हो जायेगा।

$$\frac{5x - 10}{7x - 10} = \frac{4}{6}$$

$$30x - 60 = 28x - 40$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

अतः हर कक्षा में छात्रों की संख्या है

$$5x \text{ तथा } 7x$$

$$\text{i.e. } 50, 70$$

[48] (ब) $2 \log x + 2 \log x^2 + 2 \log x^3 + \dots$

$$= 2 [\log x + \log x^2 + \log x^3 \dots]$$

$$= 2 [\log x + 2 \log x + 3 \log x + \dots]$$

$$= 2 \log x [1 + 2 + 3 \dots n]$$

$$= 2 \log x \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= n(n+1) \log x$$

[49] (द) 2,7777

$$2 + 0.7 + 0.07 + 0.007 + \dots$$

$$\begin{aligned}
&= 2 + \left(\frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \frac{7}{1,000} + \dots \right) \\
&= 2 + 7 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1,000} + \dots \right) \\
&= 2 + 7 \left(\frac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} \right) \\
&= 2 + 7 \times \frac{1}{9} \\
&= 2 + \frac{7}{9} \\
&= \frac{18+7}{9} \\
&= \frac{25}{9}
\end{aligned}$$

[50] (अ) $\left(\frac{\log_{10} x - 3}{2} \right) + \left(\frac{11 - \log_{10} x}{3} \right) = 2$

$$\begin{aligned}
3 \log_{10} x - 9 + 22 - 2 \log_{10} x &= 12 \\
\log_{10} x + 13 &= 12 \\
\log_{10} x &= -1 \\
x &= 10^{-1}
\end{aligned}$$

[51] (अ) $\frac{A}{B} = \frac{2}{5} = \frac{2K}{5K}$

$$\begin{aligned}
\frac{10A+3B}{5A+2B} &= \frac{20k+15k}{10k+10k} = \frac{35k}{20k} \\
&= \frac{35}{20} = \frac{7}{4}
\end{aligned}$$

[52] (अ) दिया गया है $n = m$ or $m!$ जहाँ $m = 2$

$$\therefore \frac{1}{\log_2 n} + \frac{1}{\log_3 n} + \frac{1}{\log_4 n} + \dots + \frac{1}{\log_m n}$$

⇒ इसे इस प्रकार भी लिखा जा सकता है

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \log_n 2 + \log_n 3 + \log_n 4 \dots \dots \dots \log_n m \left[\because \log_b a = \frac{1}{\log_a b} \right] \\ &\Rightarrow \log_n (2 \times 3 \times 4 \dots \dots \dots m) \quad [\because \log mn = \log m + \log n] \\ &\Rightarrow \log_n \underline{(m)} \quad [\because \underline{m=n}] \\ &\Rightarrow \log_n n \\ &\Rightarrow 1 \end{aligned}$$

[53] (अ) दिया गया है $A : B = B : C$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow B^2 = A \times C \\ &\Rightarrow B = \sqrt{A \times C} \\ &\because A = 1,60,000, C = 2,50,000 \\ &\therefore B = \sqrt{1,60,000 \times 2,50,000} \\ &B = 2,00,000 \end{aligned}$$

[54] (स) $a : 9$ का सब डुप्लीकेट अनुपात होगा $\sqrt{a} : \sqrt{9} = 4 : 5$ का संयोजित अनुपात होगा $8 : 15 = 4 : 5$ का संयोजित अनुपात तथा $a : 9$ का सब डुप्लीकेट अनुपात होगा—

$$\begin{aligned} CR &= \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{9}} \\ \frac{8}{15} &= \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{9}} \\ \sqrt{a} &= \frac{8 \times 5 \times \sqrt{9}}{15 \times 4} \\ \sqrt{a} &= \frac{8 \times 5 \times 3}{15 \times 4} \\ \sqrt{a} &= 2 \\ (\sqrt{a})^2 &= (2)^2 \\ a &= 4 \end{aligned}$$

[55] (अ) यदि $\log_2 x + \log_4 x = 6$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 4} = 6 \\ &= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 4} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{2\log 2} = 6 \\
 &= \frac{\log x}{\log 2} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = 6 \\
 &= \frac{\log x}{\log 2} \times \frac{3}{2} = 6 \\
 &= \frac{\log x}{\log 2} = 6 \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{\log x}{\log 2} = 4 \\
 &= \log x = 4 \log 2 \\
 &= \log x = \log 2^4 \\
 &\quad x = 2^4 \\
 &\quad x = 16
 \end{aligned}$$

[56] (द) दिया गया है कि x, y के समतल के रूप में उल्टी दिशा में चल रहा है

$$\text{अर्थात् } x \propto \frac{1}{y^2}$$

$$x = K \cdot 1/y^2$$

$$x = \frac{K}{y^2} \dots\dots\dots(1)$$

दिया है $x = 1, y = 2$ तब

$$1 = \frac{K}{(2)^2}$$

$$\Rightarrow K = 1 \times 4 = 4$$

अब $y = 6$ तथा $K = 4$ को समीकरण (1) पर रखने पर

$$x = \frac{4}{6^2}$$

$$x = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned}
 [57] \text{ (ब)} \quad \frac{3^{n+1} + 3^n}{3^{n+3} - 3^{n+1}} &= \frac{3^n \cdot 3^1 + 3^n}{3^n \cdot 3^3 - 3^n \cdot 3^1} \\
 &= \frac{3^n (3^1 + 1)}{3^n (3^3 - 3)} \\
 &= \frac{(3+1)}{(27-3)} \\
 &= \frac{4}{24} = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [58] \text{ (स)} \quad \text{दिया है } \log_x y &= 100 \dots\dots\dots(1) \\
 \log_2 x &= 10 \dots\dots\dots(2) \\
 \text{समीकरण (1) तथा (2) का गुणा करने पर} \\
 \log_x y \log_2 x &= 100 \times 10 \\
 \frac{\log y}{\log x} \times \frac{\log x}{\log 2} &= 1,000 \\
 \log y &= 1,000 \log 2 \\
 \log y &= \log 2^{1000} \\
 y &= 2^{1000}
 \end{aligned}$$

$$[59] \text{ (अ)} \quad \text{यदि } a, b, c, d \text{ समानुपात में हैं तो इनका सामान्य अनुपात होगा } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$(A) \Rightarrow \frac{6}{8} \neq \frac{5}{7}$$

$$(B) \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

$$(C) \Rightarrow \frac{18}{27} = \frac{12}{18}$$

$$(D) \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{12}{9}$$

$$\begin{aligned}
 [60] \text{ (ब)} \quad x^1 (x)^{1/3} &= (x^{1/3})^x \\
 \Rightarrow x^{1+1/3} &= x^{x/3} \\
 \Rightarrow x^{4/3} &= x^{x/3}
 \end{aligned}$$

तुलना करने पर \Rightarrow

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow 3x = 12 \quad \Rightarrow x = 4$$

[61](द) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = \frac{1}{abc}$

$$\frac{c+a+b}{abc} = \frac{1}{abc} \Rightarrow a+b+c = 1$$

दोनों पक्षों का log करने पर –

$$\log(a+b+c) = \log 1$$

$$\log(a+b+c) = 0$$

[62](अ) माना दो संख्यायें x व y हैं

$$\text{अतः } x : 18 :: 18 : y$$

$$\frac{x}{18} = \frac{18}{y}$$

$$\Rightarrow xy = 324$$

$$\Rightarrow x = \frac{324}{y} \text{ समी० (1)}$$

चूँकि x & y का तृतीय अनुपात 144 है

$$\text{अतः } x : y :: y : 144$$

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{144}$$

$$y^2 = 144x \text{ समी० (2)}$$

समी० (2) में समी० (1) से x का मान रखने पर

$$y^2 = 144 \times \frac{324}{y}$$

$$y^3 = 144 \times 324$$

$$y = \sqrt[3]{144 \times 324}$$

$$y = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$y = \sqrt[3]{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$$

$$y = 6 \times 6$$

$$\Rightarrow y = 36$$

y का मान समी० (1) में रखने पर

$$x = \frac{324}{36} = 9$$

$$x = 9, y = 36$$

[63](अ) दिया है, $(\log\sqrt{x^2})^2 = \log x^2$

$$\left(\frac{\log 2}{\log\sqrt{x}}\right)^2 = \frac{\log 2}{\log x}$$

$$\left(\frac{\log 2}{\frac{1}{2}\log x}\right)^2 = \frac{\log 2}{\log x}$$

$$\left(\frac{2\log 2}{\log x}\right)^2 = \left(\frac{\log 2}{\log x}\right)$$

$$4\left(\frac{\log 2}{\log x}\right)^2 = \left(\frac{\log 2}{\log x}\right)^1$$

$$4\frac{\log 2}{\log x} = 1$$

$$4 \log 2 = \log x$$

$$\log 2^4 = \log x$$

$$\Rightarrow 2^4 = x$$

$$\Rightarrow X = 16$$

[64](द) माध्य समानुपात = $\sqrt{24 \times 54}$

$$= \sqrt{1296}$$

$$= 36$$

[65](स) 4 : 5 का तृतीयानुपाती = $4^3 : 5^3$

$$= 64 : 125$$

[66] (अ) यदि $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = 0$

$$a^{1/3} + b^{1/3} + c^{1/3} = 0$$

$$a^{1/3} + b^{1/3} = -c^{1/3}$$

दोनों पक्षों का घन करने पर -

$$(a^{1/3} + b^{1/3})^3 = (-c^{1/3})^3$$

..... (i)

$$(a^{1/3})^3 + (b^{1/3})^3 + 3.a^{1/3} . b^{1/3} (a^{1/3} + b^{1/3}) = -c$$

$$a + b + 3.a^{1/3} . b^{1/3} . (-c^{1/3}) = -c$$

$$a + b - 3.a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3} = -c$$

$$a + b + c = 3.a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3}$$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right) = \frac{3.a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3}}{3}$$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = (a^{1/3} . b^{1/3} . c^{1/3})^3$$

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = abc$$

[67] (अ) चूँकि तीन अंकों का अनुपात = 1 : 2 : 3 है

$$\text{पहला अंक} = x$$

$$\text{दूसरा अंक} = 2x$$

$$\text{तीसरा अंक} = 3x$$

$$\text{अंकों के वर्गों का योग} = 504$$

$$(x)^2 + (2x)^2 + (3x)^2 = 504$$

$$x^2 + 4x^2 + 9x^2 = 504$$

$$14x^2 = 504$$

$$x^2 = \frac{504}{14} = 36$$

$$x = 6$$

$$\text{पहला अंक} = x = 6$$

$$\text{दूसरा अंक} = 2x = 12$$

$$\text{तीसरा अंक} = 3x = 18$$

[68] (द) $\log_4 9 \cdot \log_3 2$

$$= \frac{\log 9 \cdot \log 2}{\log 4 \cdot \log 3}$$

$$= \frac{\log 3^2 \cdot \log 2}{\log 2^2 \cdot \log 3}$$

$$= \frac{2 \log 3 \cdot \log 2}{2 \log 2 \cdot \log 3}$$

$$= 1$$

[69] (स) $(\log_y x \cdot \log_z y \cdot \log_x z)^3$

$$= \left(\frac{\log x \cdot \log y \cdot \log z}{\log y \cdot \log z \cdot \log x}\right)^3$$

$$= (1)^3 = 1$$

- [70] (स) माना, पहला अंक = x
 व, दूसरा अंक = $(80 - x)$
 दोनों अंकों का गुणनफल = $x.(80 - x)$
 $P = 80x - x^2$ (1)
 Differentiation w.r.t. 'x'
 $\frac{dp}{dx} = 80 - 2x$ (2)
 $\frac{d^2p}{dx^2} = -2$ (3)

अधिकतम/निम्नतम के लिए -

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

$$80 - 2x = 0$$

$$2x = 80$$

$$X = 40$$

समी० (3) में $x = 40$ रखने पर

$$\frac{d^2p}{dx^2} = -2 \text{ (नकारात्मक)}$$

अतः अधिकतम मूल्य = 40 होगा

$$\begin{aligned} \text{अतः अंक} &= 40, (80 - 40) \\ &= 40, 40 \end{aligned}$$

- [71] (ब) दिया है: $x : y = 2 : 3$
 माना, $x = 2k, y = 3k$

$$\begin{aligned} (5x + 2y) : (3x - y) &= \frac{5x + 2y}{(3x - y)} \\ &= \frac{5 \times 2k + 2 \times 3k}{3 \times 2k - 3k} \\ &= \frac{10k + 6k}{6k - 3k} \\ &= \frac{16k}{3k} \\ &= 16 : 3 \end{aligned}$$

- [72] (ब) यदि $(25)^{150} = (25x)^{50}$
 $25^{150} = 25^{50} \cdot x^{50}$
 $\Rightarrow \frac{25^{150}}{25^{50}} = x^{50}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 25^{100} &= x^{50} \\ \Rightarrow (5^2)^{100} &= x^{50} \\ \Rightarrow 5^{200} &= x^{50} \\ \Rightarrow (5^4)^{50} &= x^{50} \\ \Rightarrow 5^4 &= x \\ \Rightarrow x &= 5^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [73] \text{ (स)} \quad & \left(\frac{y^a}{y^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \cdot \left(\frac{y^b}{y^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \cdot \left(\frac{y^c}{y^a}\right)^{c^2+ac+a^2} \\ &= (y^{a-b})^{a^2+ab+b^2} \cdot (y^{b-c})^{b^2+bc+c^2} \cdot (y^{c-a})^{c^2+ac+a^2} \\ &= y^{a^3-b^3} \cdot y^{b^3-c^3} \cdot y^{c^3-a^3} \\ &= y^{a^3-b^3+b^3-c^3+c^3-a^3} \\ &= y^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [74] \text{ (ब)} \quad \text{माना, Q का वेतन} &= 100 \\ \text{P का वेतन} &= 100 - (25\% \times 100) \\ &= 100 - 25 \\ &= 75 \\ \text{R का वेतन} &= 100 + (20\% \times 100) \\ &= 100 + 20 \\ &= 120 \end{aligned}$$

$$\text{R और P के वेतन का अनुपात} = 120 : 75 = 8 : 5$$

$$\begin{aligned} [75] \text{ (ब)} \quad \text{यदि } x^2 + y^2 &= 7xy \\ x^2 + y^2 + 2xy &= 7xy + 2xy \\ (x + y)^2 &= 9xy \\ \text{दोनों पक्षों का log करने पर} &- \\ \log (x + y)^2 &= \log 9xy \\ 2 \log (x + y) &= \log 9 + \log x + \log y \\ 2 \log (x + y) &= \log 3^2 + \log x + \log y \\ 2 \log (x + y) &= 2 \log 3 + \log x + \log y \\ 2 \log (x + y) - 2 \log 3 &= \log x + \log y \end{aligned}$$

$$2 \left[\log \left(\frac{x+y}{3} \right) \right] = \log x + \log y$$

$$\log \left(\frac{x+y}{3} \right) = \frac{1}{2} [\log x + \log y]$$

$$[76] \text{ (ब)} \quad \text{व्यक्ति की कुल सम्पत्ति} = 1,48,200$$

पत्नी, पुत्र और पुत्री के भाग का अनुपात = 3 : 2 : 1
 अनुपात का योग = 3 + 2 + 1 = 6

$$\begin{aligned}\text{पुत्र का भाग} &= \frac{2}{6} \times 1,48,200 \\ &= 49,400\end{aligned}$$

[77] (स) यदि $x = \log_{24}12$, $y = \log_{36}24$ और $z = \log_{48}36$ तब $xyz + 1$

$$= \log_{24}12 \times \log_{36}24 \times \log_{48}36 + 1$$

$$= \frac{\log 12}{\log 24} \times \frac{\log 24}{\log 36} \times \frac{\log 36}{\log 48} + 1$$

$$= \frac{\log 12}{\log 48} + 1$$

$$= \frac{\log 12 + \log 48}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (12 \times 48)}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (576)}{\log 48}$$

$$= \frac{\log (24)^2}{\log 48}$$

$$= \frac{2 \log 24}{\log 48}$$

$$= 2 \cdot \frac{\log 24}{\log 36} \cdot \frac{\log 36}{\log 48}$$

$$= 2 \log_{36}24 \cdot \log_{48}36$$

$$= 2yz$$

[78] (अ) दिया है, $\log x = a + b$, $\log y = a - b$

$$\log \left(\frac{10x}{y^2} \right) = \log 10x - \log y^2$$

$$= \log 10 + \log x - 2 \log y$$

$$= 1 + (a + b) - 2(a - b)$$

$$= 1 + a + b - 2a + 2b$$

$$= 1 - a + 3b$$

[79] (ब) यदि $x = 1 + \log_p qr$, $y = 1 + \log_q rp$, $z = 1 + \log_r pq$

$$x = 1 + \frac{\log qr}{\log p}$$

$$x = \frac{\log p + \log qr}{\log p}$$

$$x = \frac{\log pqr}{\log p}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{\log p}{\log pqr}$$

उसी प्रकार

$$\frac{1}{y} = \frac{\log q}{\log pqr}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{\log r}{\log pqr}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= \frac{\log p}{\log pqr} + \frac{\log q}{\log pqr} + \frac{\log r}{\log pqr} \\ &= \frac{\log p + \log q + \log r}{\log pqr} \\ &= \frac{\log pqr}{\log pqr} \\ &= 1 \end{aligned}$$

[80] (स) एक व्यक्ति के वेतन का तीन महीनों का अनुपात = 2 : 4 : 5

माना, पहले महीने का वेतन = 2x

दूसरे महीने का वेतन = 4x

तीसरे महीने का वेतन = 5x

दिया है

(पिछले दो महीनों में उत्पाद का वेतन) – (पहले दो महीनों में उत्पाद का वेतन)

$$= 4,80,00,000$$

$$(4x \cdot 5x) - (2x \cdot 4x) = 4,80,00,000$$

$$20x^2 - 8x^2 = 4,80,00,000$$

$$12x^2 = 4,80,00,000$$

$$x^2 = 40,00,000$$

$$x = 2,000$$

व्यक्ति के दूसरे महीने का वेतन = 4x = 4 × 2,000 = 8,000

S-526**CPT Solved Scanner : परिमाणात्मक अभिक्षमता (Paper 4)**

[81] (अ) माना, मिश्रण का विक्रय मूल्य ₹100 है।

$$\begin{aligned} \text{तब, लाभ} &= 14.6\% \times 100 \\ &= ₹14.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{मिश्रण का लागत मूल्य} &= ₹(100 - 14.6) \\ &= ₹85.4 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{जब विक्रय मूल्य ₹ 100 तब लागत मूल्य} = ₹ 85.4$$

$$\therefore \text{जब विक्रय मूल्य ₹ 1 तब लागत मूल्य} = ₹ \frac{85.4}{100}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{जब विक्रय मूल्य ₹ 17.60 तब लागत मूल्य} &= ₹ \frac{85.4}{100} \times 17.60 \\ &= ₹ 15.0304 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{मिश्रण के प्रति किग्रा. की लागत} = ₹ 15.0304$$

$$\begin{aligned} \text{दूसरा अन्तर} &= ₹ 15.54 - 15.0304 \\ &= ₹ 0.5096 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पहला अन्तर} &= ₹ 15.0304 - 13.84 \\ &= ₹ 1.1904 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अनुपात} &= \text{दूसरा अन्तर} : \text{पहला अन्तर} \\ &= 0.5096 : 1.1904 \\ &= ₹ 3 : 7 \end{aligned}$$

[82] (ब) यदि $p^x = q$, $q^y = r$ और $r^z = p^6$

$$q = p^x, q^y = r \text{ और } r^z = p^6$$

$$(q^y)^z = p^6$$

$$[(q^x)^y]^z = p^6$$

$$p^{xyz} = p^6$$

$$= xyz = 6$$

[83] (अ) $\log x = m + n$ और $\log y = m - n$,

$$\begin{aligned} \text{तब } \log\left(\frac{10x}{y^2}\right) &= \log 10x - \log y^2 \\ &= \log 10 + \log x - 2 \log y \\ &= 1 + \log x - 2 \log y \\ &= 1 + (m+n) - 2(m-n) \\ &= 1 + m + n - 2m + 2n \\ &= 3n - m + 1 \end{aligned}$$

[84] (अ) यदि $15(2p^2 - q^2) = 7pq$,

$$\begin{aligned} 30p^2 - 15q^2 &= 7pq \\ 30p^2 - 7pq - 15q^2 &= 0 \\ 30p^2 - 25pq + 18pq - 15q^2 &= 0 \\ 5p(6p - 5q) + 3q(6p - 5q) &= 0 \\ (6p - 5q)(5p + 3q) &= 0 \end{aligned}$$

यदि $6p - 5q = 0$ तथा $5p + 3q = 0$

$$6p = 5q \quad 5p = -3q$$

$$\frac{p}{q} = \frac{5}{6} \quad \frac{p}{q} = \frac{-3}{5}$$

→ $p:q = 5:6$ (सम्भव नहीं)

[85] (ब) 12, 30 का तृतीयानुपाती,

$$c = \frac{b^2}{a} = \frac{(30)^2}{12} = \frac{900}{12} = 75$$

9, 25 का माध्यनुपाती,

$$b = \sqrt{ac} = \sqrt{9 \times 25} = \sqrt{225} = 15$$

9, 25 के माध्यनुपाती तथा 12, 30 के तृतीयानुपाती का अनुपात

$$= 75:15$$

$$= 5:1$$

[86] (स) $\log_5^3 \times \log_3^4 \times \log_2^5$

$$= \frac{\log 3}{\log 5} \times \frac{\log 4}{\log 3} \times \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{\log 4}{\log 2}$$

$$= \frac{\log 2^2}{\log 2} = 2 \frac{\log 2}{\log 2} = 2$$

[87] (अ) माना, x जोड़ा जाना चाहिए,
 तब, $(10 + x)$, $(18 + x)$, $(22 + x)$, $(38 + x)$ अनुपात में होंगे।
 बाह्य अनुपातों का गुणनफल = माध्य अनुपातों का गुणनफल
 $(10 + x)(38 + x) = (18 + x)(22 + x)$
 $380 + 10x + 38x + x^2 = 396 + 18x + 22x + x^2$
 $48x + 380 = 40x + 396$
 $48x + 40x = 396 - 380$
 $8x = 16$
 $\Rightarrow x = 2$

[88] (ब) $\frac{2^n + 2^{n-1}}{2^{n+1} - 2^n}$

$$= \frac{2^n + 2^n \cdot 2^{-1}}{2^n \cdot 2^1 - 2^n}$$

$$= \frac{2^n (1 + 2^{-1})}{2^n (2^1 - 1)} = \frac{\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right)}{(2 - 1)}$$

$$= \frac{\left(\frac{2+1}{2}\right)}{1}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)$$

[89] (ब) लघुगणक का अभिन्न भाग विशेषता नाम से तथा लघुगणक का दशमिक भाग अपूर्णांश के नाम से जाना जाता है।

[90] (ब) $\frac{x^2 - (y-z)^2}{(x+z)^2 - y^2} + \frac{y^2 - (x-z)^2}{(x+y)^2 - z^2} + \frac{z^2 - (x-y)^2}{(y+z)^2 - x^2}$

$$= \frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x+z+y)(x+z-y)} + \frac{(y+x-z)(y-x+z)}{(x+y+z)(x+y-z)} + \frac{(z+x-y)(z-x+y)}{(y+z+x)(y+z-x)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x+y-z}{x+y+z} + \frac{y+z-x}{x+y+z} + \frac{z+x-y}{x+y+z} \\
 &= \frac{x+y-z+y+z-x+z+x-y}{x+y+z} \\
 &= \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1
 \end{aligned}$$

[91] (द) Given $x = 3y$ and $y = \frac{2}{3}z$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1} \text{ and } \frac{y}{z} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned}
 x : y &= 3 : 1 \text{ and } y : z = 2 : 3 \\
 &= 3 \times 2 : 1 \times 2 \\
 &= 6 : 2
 \end{aligned}$$

$$x : y : z = 6 : 2 : 3$$

[92] (स) If $\log_4 (x^2 + x) - \log_4 (x+1) = 2$

$$\Rightarrow \log_4 \left\{ \frac{(x^2 + x)}{(x+1)} \right\} = 2$$

$$\Rightarrow \log_4 \left\{ \frac{x(x+1)}{(x+1)} \right\} = 2$$

$$\Rightarrow \log_4 x = 2$$

$$x = 4^2$$

$$x = 16$$

[93] (ब) $\frac{1}{\log_3 60} + \frac{1}{\log_4 60} + \frac{1}{\log_5 60}$

$$= \log_{60} 3 + \log_{60} 4 + \log_{60} 5$$

$$= \log_{60} (3 \times 4 \times 5)$$

$$= \log_{60} 60$$

$$= 1$$

$$\left[\because \frac{1}{\log_a b} = \log_b a \right]$$

[94] (स) If $3^x = 5^y = 75^z = k$ (let)
 then $3^x = k$, $5^y = k$, $75^z = k$
 $3 = k^{1/x}$, $5 = k^{1/y}$, $75 = k^{1/z}$

we know that

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$k^z = k^x \cdot k^y \cdot k^y$$

$$k^z = k^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y}}$$

on comparing

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

[95] (स) If $\log 2$
then $\log 24$

$$\begin{aligned} &= 0.3010 \text{ and } \log 3 = 0.4771 \\ &= \log (2 \times 2 \times 2 \times 3) \\ &= \log 2 + \log 2 + \log 2 + \log 3 \\ &= 3 \log 2 + \log 3 \\ &= 3 \times 0.3010 + 0.4771 \\ &= 0.9030 + 0.4771 \\ &= 1.3801 \end{aligned}$$

[96] (अ) If $abc = 2$

$$ab = \frac{2}{c} = 2c^{-1}$$

$$a = \frac{2}{bc} = 2b^{-1}c^{-1}$$

$$bc = \frac{2}{a} = 2a^{-1}$$

$$b = \frac{2}{ca} = 2c^{-1}a^{-1}$$

$$ca = \frac{2}{b} = 2b^{-1}$$

$$c = \frac{2}{ab} = 2a^{-1}b^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{Given } & \frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}b+c^{-1}} + \frac{1}{1+c+a^{-1}} \\ &= \frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}(1+\frac{1}{2}b+c^{-1})} + \frac{a}{a(1+c+a^{-1})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(1+a+2b^{-1})} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}+1+2b^{-1}c^{-1}} + \frac{a}{a+ac+1} \\
&= \frac{1}{1+a+2b^{-1}} + \frac{2b^{-1}}{2b^{-1}+1+a} + \frac{a}{a+2b^{-1}+1} \\
&= \frac{1+2b^{-1}+a}{1+a+2b^{-1}} \\
&= 1
\end{aligned}$$

[97] (अ) सिक्कों की कुल संख्या = 23

1 और 2 के सिक्कों का अनुपात = 3 : 2

माना,

$$\text{₹ 1 के सिक्के} = 3x$$

$$\text{₹ 2 के सिक्के} = 2x$$

$$\text{₹ 5 के सिक्के} = 23 - 3x - 2x$$

$$= 23 - 5x$$

सभी सिक्कों का कुल मूल्य = 43

$$3x \times 1 + 2x \times 2 + (23 - 5x) 5 = 43$$

$$3x + 4x + 115 - 25x = 43$$

$$- 18x = 43 - 115$$

$$- 18x = - 72$$

$$x = \frac{-72}{-18} = 4$$

$$\text{₹ 1 के सिक्के} = 3x = 3 \times 4 = 12$$

$$\text{₹ 2 के सिक्के} = 2x = 2 \times 4 = 8$$

